

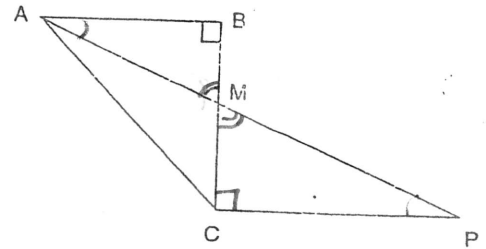
Exercice 4

Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.

- Tracer un triangle BOA rectangle en O et tel que $OA = 12$ et $OB = 9$. Les cercles (\mathcal{C}_1) et (\mathcal{C}_2) de diamètres respectifs $[OA]$ et $[OB]$ se coupent en O et en D. Quelles sont les mesures des angles \widehat{BDO} et \widehat{ADO} ? En déduire que les points B, D et A sont alignés.
- Calculer la mesure du segment $[AB]$.
Evaluer de deux façons différentes $\sin \widehat{OBA}$. En déduire la mesure du segment $[OD]$.
Trouver alors les mesures des segments $[BD]$ et $[AD]$.
- La droite (OD) coupe la tangente en A au cercle (\mathcal{C}_1) en E. Calculer la mesure du segment $[AE]$.

Problème (15 points)**Prélude**

- D'après la figure ci-contre :
Tracer ABCP en respectant les données suivantes :
 $AB = 6$ cm
 $BC = 8$ cm
 $BM = 3$ cm
 $(CP) \parallel (AB)$
- Mesurer les angles \widehat{BAM} et \widehat{MAC} .
Pourquoi ces mesures ne permettent-elles pas d'affirmer que (AM) est la bissectrice de \widehat{BAC} ?



I et II peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie I

- En considérant le triangle ABC :
 - calculer AC.
 - Calculer \widehat{BAC} et \widehat{BAM} le plus précisément possible.
Expliquer pourquoi les valeurs obtenues ne permettent pas d'affirmer que (AM) est la bissectrice de \widehat{BAC} .
- En considérant les triangles ABM et MCP, calculer CP.
- Quelle est la nature de \widehat{ACP} ? Que peut-on en déduire pour \widehat{MAC} et \widehat{CPM} ?
- Démontrer alors que $\widehat{MAC} = \widehat{BAM}$. Qu'en déduire pour (AM) ?

Partie II

- (AM) est, d'après la **partie I**, la bissectrice de \widehat{BAC} . Sur la figure tracée à la première question du préluide :
 - tracer la bissectrice (d) de \widehat{ABM} ,
 - nommer O le point d'intersection de la droite (d) et de la droite (AM) ;
 - tracer la hauteur issue de O du triangle AOB et la hauteur issue de O du triangle BOM.
Que représente O pour le triangle ABC ?
- Calculer l'aire du triangle ABM.
 - Exprimer l'aire du triangle AOB et l'aire du triangle BOM en fonction du rayon r du cercle inscrit dans le triangle BAC.
 - Trouver une relation entre ces trois aires. En déduire le rayon r .