La construction du concept de nombre et de quantité en cycle 1

1°) Glossaire

2°) De façon générale, qu'est-il important, de faire comprendre aux élèves concernant le nombre ?

3°) Le point de vue de Piaget

4°) Remises en causes des théories de Piaget

5°) Quelques précisions concernant la construction du concept de nombre en maternelle

6°) Les dialogues fondamentaux en PS et MS.

7°) Quelques approches en TPS et SP.

8°) Articulations Compétences/activités

Document élaboré par David Rolland, professeur Ecole Normale

1°) Glossaire

1/ Nombre, chiffre et numéro

Les nombres peuvent s'écrire en lettres : un, deux, trois, …, quatorze, …, quarante-deux,…, six cents trente-trois. Mais nous avons un système codé pour écrire ces nombres avec des signes spécifiques que l'on appelle des chiffres.

Les chiffres sont des signes graphiques, les dix signes de notre système d'écriture ci-dessous.

Par exemple, les nombres précédemment écrits en lettres s'écrivent en chiffres : 1, 2, 3, 14, 42, 633.

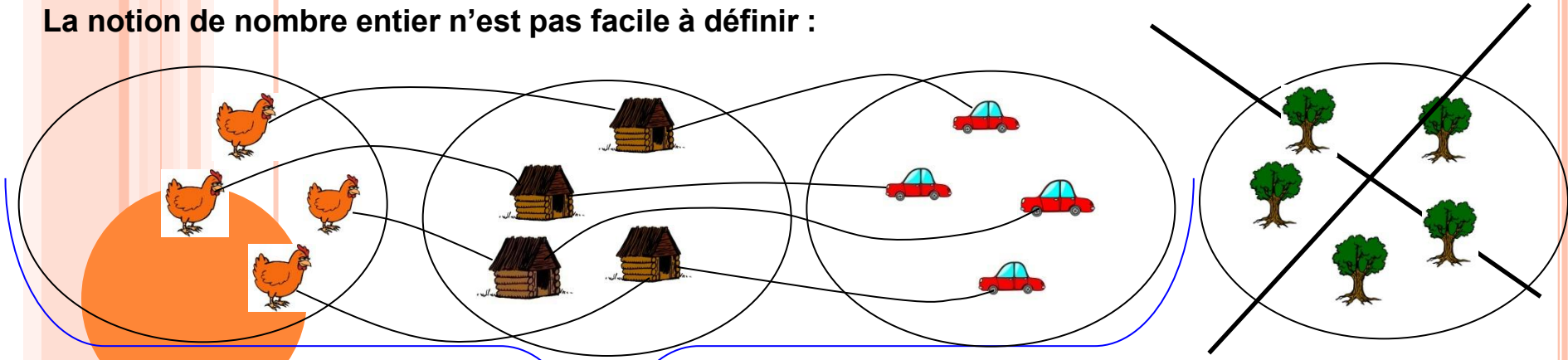
Le mot « numéro » est un mot plus spécifique de l'aspect ordinal du nombre : sa fonction de désignation d'un ordre qui permettra un repérage. Par exemple, les numéros des plaques d'immatriculation, les numéros des maisons…

2/ Le nombre entier

Le concept de base est le concept de nombre entier. Ce concept a été introduit comme outil pour résoudre des problèmes (« Tous les animaux du troupeau sont-ils toujours là ? », par exemple)

A l'école, on étudie d'abord les entiers naturels (entiers positifs ou nuls : 0, 1, 2, 3, …)

La notion de nombre entier n'est pas facile à définir :



On peut établir une correspondance terme à terme entre les éléments de ces deux ensembles

On peut établir une correspondance terme à terme entre les éléments de ces deux ensembles

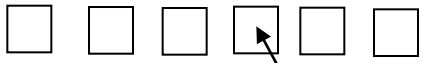
On ne peut pas établir une correspondance terme à terme avec un des ensembles précédents.

Ces ensembles qu'on peut mettre en correspondance terme à terme ont quelque chose d'abstrait en commun : il ont le même nombre d'objets.

Le nombre entier permet d'indiquer une quantité (aspect cardinal du nombre)

Le nombre entier a aussi un aspect ordinal : lundi est le premier jour de la semaine, mardi le deuxième, etc.

Exemple d'activité :



Boîte contenant un objet

« Comment faire comprendre dans quelle boîte se trouve l'objet, sans montrer cette boîte »

Remarque importante :

On ne peut pas bien concevoir la notion de nombre si on n'est pas conscient des liens qui unissent les nombres :

Exemples : « 3 est plus petit que 4 » ; « 3 et 1 ça fait quatre ».

3/ Collection, constellation, configuration.

a/ le mot « collection »

- Une collection est un regroupement d'objets provoqué par un caractère de fonctionnalité, un critère défini par un caractère commun, un critère généré par une circonstance.

- Concevoir une collection, c'est accepter de voir un rassemblement d'objets comme un tout (un seul objet).

- Une collection est invariante quel que soit l'ordre des objets.

b/ le mot « constellation »

Le Petit Robert 2006 : 1/ Groupe apparent d'étoiles présentant *une figure conventionnelle déterminée*, vue de la Terre… 2/ Littéraire : groupe d 'objets brillants…, groupe de personnes illustres…2/ Réunion d'objets ayant un intérêt esthétique, scientifique, historique, géographique, une valeur provenant de leur rareté, ou rassemblés par goût de l'accumulation.

c/ le mot « configuration »

Il marque un stéréotype. Les constellations du dé sont des stéréotypes pour représenter les quantités de un à six.

Par contre, avec les doigts, on peut montrer plusieurs configurations différentes pour représenter des quantités.

d/ l'énumération

L'énumération est une exploration exhaustive d'une collection en passant en revue tous les objets de la collection et chacun d'eux en une seule fois.

Cette connaissance relative à la collection est celle qui permettra le comptage.

e/ la désignation

La désignation est une connaissance que l'on met en œuvre lorsque l'on veut remplacer un objet ou une collection d'objets par un symbole pour conserver une mémoire de cet objet.

Exemples : - le dessin d'un objet est une désignation de cet objet.

- Une liste formée de suite de symboles représentant des objets est le mode le plus simple d'une collection d'objets.

f/ l'ordre

L'ordre intervient lorsqu'on se donne des informations qui permettent de repérer la position des objets d'une collection organisée selon une direction donnée et pour laquelle a été défini un sens.

4/ Compter, dénombrer, calculer.

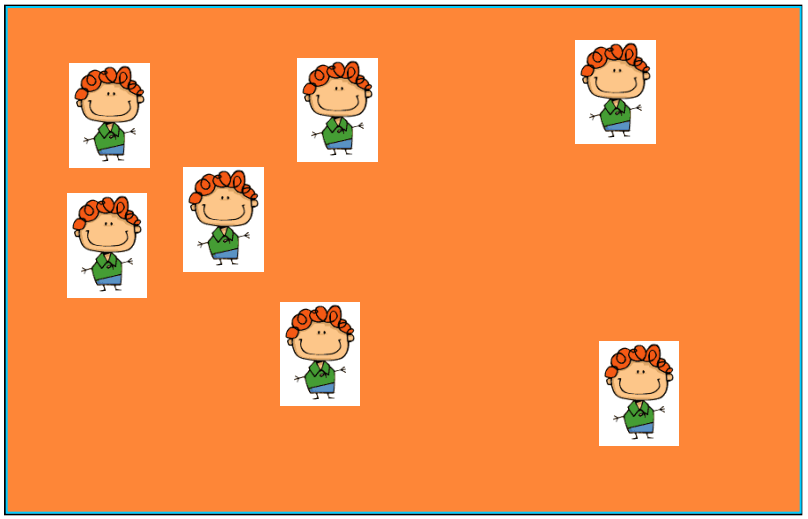
LE PETIT ROBERT 2006	ERMEL : Apprentissages numériques et résolution de problèmes, Hatier 2005.	Dominique VALENTIN, Découvrir le monde avec les mathématiques, Hatier	Rémy BRISSIAUD, Premiers pas vers les maths, Retz 2007 J'apprends les Maths Grande Section, Retz.
Compter 1/ déterminer une quantité par le calcul, établir le nombre de …(chiffrer, dénombrer, nombrer) 2/ Mesurer avec parcimonie (regarder à la dépense)		Il serait préférable de réserver le terme « compter » au fait de réciter la suite numérique à partir de 1, alors que « dénombrer », parfois remplacer par « nombrer », désigne une procédure, quelle qu'elle soit, qui permet de déterminer le nombre d'éléments d'une collection.	
Dénombrer : Faire le compte de; énoncer (chaque élément) en comptant (compter, énumérer, inventorier, recenser…)	Le mot « dénombrement » est associé à la technique du comptage : « Utilisation de la comptine numérique (suite des « mots nombres ») en associant oralement ou mentalement un objet nouveau à chaque mot, page 218.	Le dénombrement par comptage est la technique utilisant la comptine numérique de un en un à partir de un.	Nous appellerons ici « dénombrement » tout procédé (les psychologues disent toute procédure) permettant d'accéder au nombre.
Calculer :		Nous réservons le terme calculer au travail sur les nombres et non sur les objets; ce terme s'oppose ainsi aux termes dénombrer ou compter qui ne peut se faire que sur des objets, qu'ils soient effectivement présents ou évoqués.	

2°) De façon générale qu'est-il important de faire comprendre aux élèves concernant le nombre ?

a) Faire comprendre que les nombres sont utiles pour résoudre des problèmes (ayant du sens pour l'élève …)

Exemples (GS)

Premier exemple (inspiré d'une proposition de Dominique Valentin)



Combien de bébés ont fini leur sieste et sont dans la salle de jeux ?

Combien de bébés font encore la sieste dans le dortoir ?

Deuxième exemple :

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	○	○	**17** ○	○	○	○
○						

On est le 17.

1°) Combien de jours se sont passés depuis le 14 ?

2°) La maîtresse Aline revient dans combien de jours ?

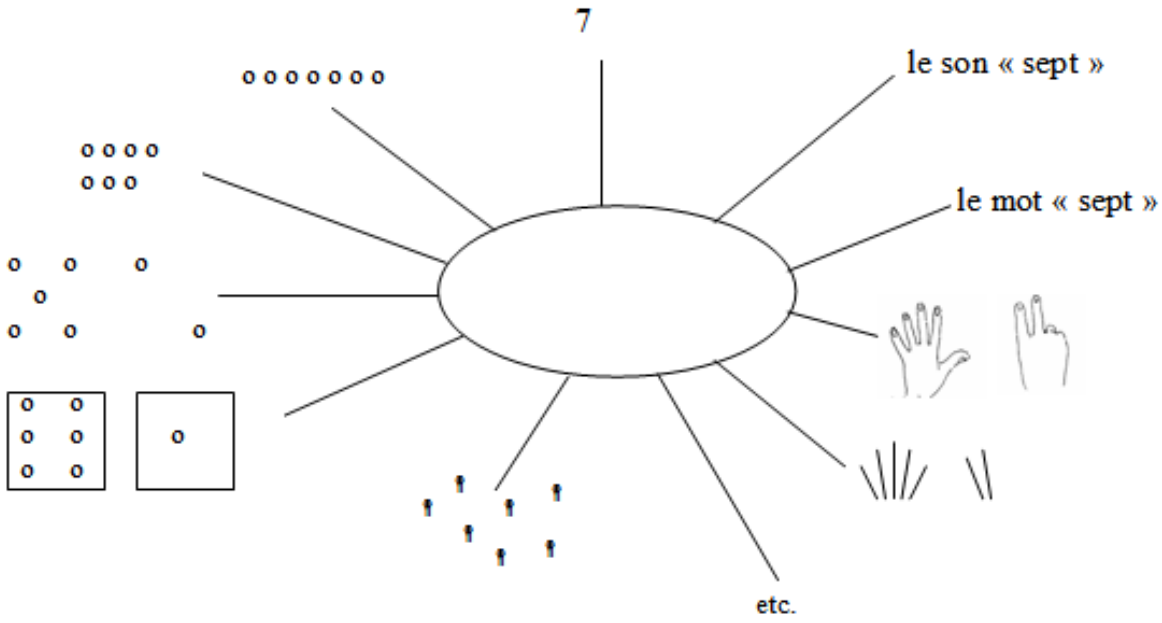
3°) Combien de jours jusqu'à l'anniversaire de Pierre ?

D’une manière générale, les activités doivent correspondre à des centres d’intérêt des enfants. Les activités gratuites, non motivantes, sans rapport avec ce que vivent les enfants sont évitées.

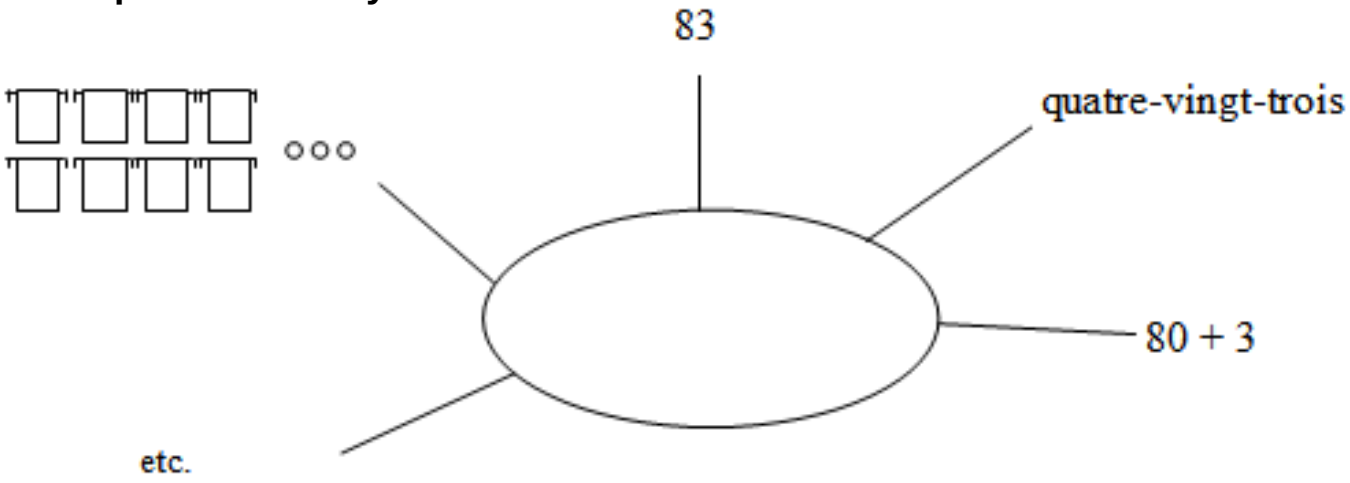
En particulier, la place des activités papier-crayon doit être limitée. Sans intérêt pour les enfants de Petite Section, elle est réduite en Moyenne Section et doit rester modeste en Grande Section.
Ces activités papier-crayon ne se justifient que si elles sont en lien avec un vécu (action effective, jeu…) qu’elles accompagnent ou qu’elles prolongent pour en garder une trace figurative ou symbolique.

Dans certaines circonstances, le questionnement spontané ou provoqué, à partir de situations familières, ludiques ou aménagées spécialement par l’enseignant, place les jeunes enfants en situation de résolution de problème : la réponse n’est alors pas disponible d’emblée et son élaboration nécessite dans un premier temps des actions de la part de l’enfant, puis progressivement une anticipation sur l’action à réaliser, le recours à des essais et des ajustements…

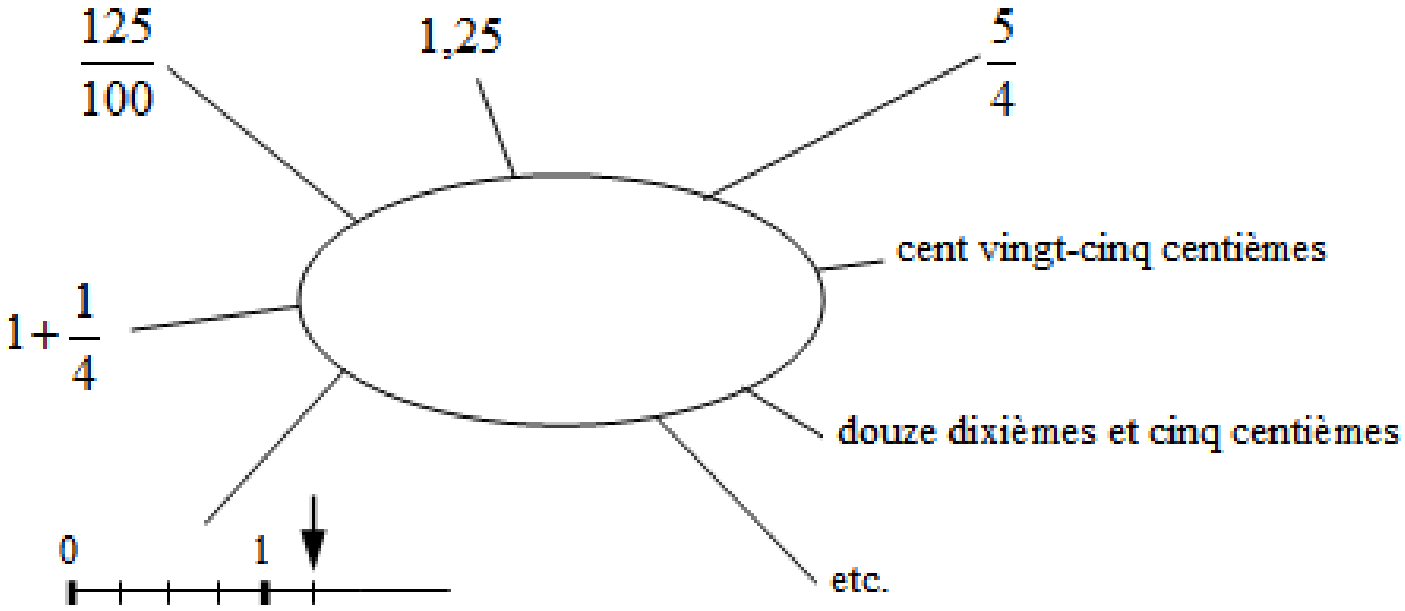
b) Faire comprendre qu'un nombre a plusieurs représentations et qu'il faut savoir passer d'une représentation à une autre



Ce qui sera poursuivi au cycle 2 :



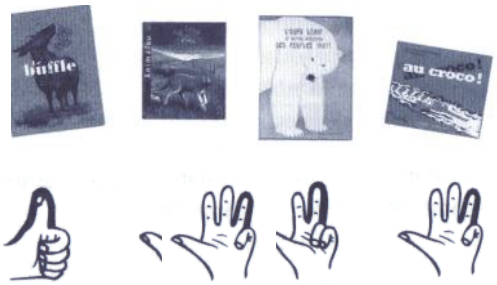
Et au cycle 3 :



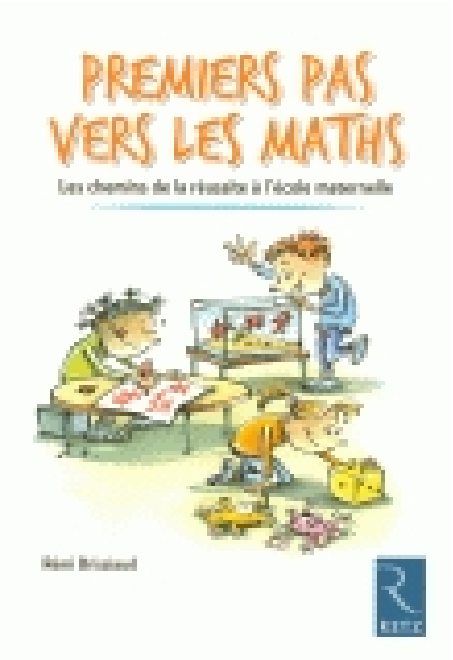
c) Faire comprendre que les nombres sont « liés les uns aux autres »

Exemples en PS :

Idées et illustration extraites de l'ouvrage de Rémi Brissiaud « Premiers pas vers les maths – Les chemins de la réussite à l'école maternelle »



« un » **« quatre »** **« un »** **« et un »**



En utilisant les doigts, on peut aussi montrer que :

« deux » **« ça fait trois »**

d) Roland Charnay dit que les objectifs suivants sont importants pour la maternelle dans le domaine de la construction du nombre :

- **la stabilisation de la connaissance de la suite orale**

- **l'apprentissage de différentes méthodes pour dénombrer**

- **la connaissance de la correspondance suite orale-suite écrite par le biais de la bande numérique (trouver l'écriture chiffrée associée à un mot-nombre et trouver le mot-nombre associé à une écriture chiffrée)**

- **la compréhension du fait que les nombres sont des outils pour mémoriser des quantités (aspect cardinal du nombre)**

Activités citées par R. Charnay :

- **Réaliser une collection ayant le même nombre d'éléments qu'une collection donnée**
- **Compléter une collection pour qu'elle ait le même nombre d'éléments qu'une collection donnée**
- **Comparer des collections**

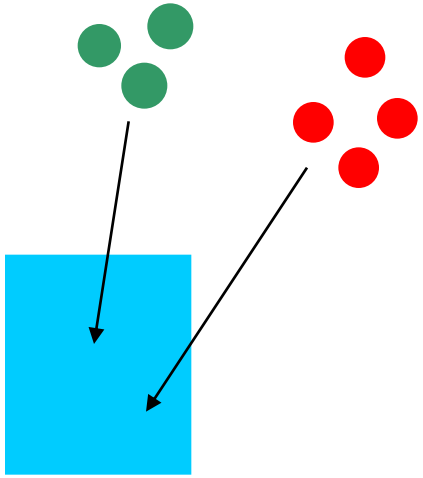
- **la compréhension du fait que les nombres sont des outils pour mémoriser des positions dans une liste rangée (aspect ordinal du nombre)**

Activités citées par R. Charnay :

- **Indiquer une position**
- **Replacer un objet à sa position**
- **Comparer des positions**

Remarque : La manipulation est, bien évidemment intéressante pour s'approprier les situations et les problèmes posés mais Roland Charnay insiste aussi sur la fait qu' il est souhaitable d'amener les élèves à anticiper sur le résultat d'une manipulation car c'est ainsi qu'on peut amener l'élève à élaborer des procédures.

Exemple : **On ajoute trois jetons.**



On ajoute quatre jetons.

Boîte opaque

Combien y a-t-il de jetons dans la boîte ?

On peut ensuite vérifier en vidant la boîte.

(la réflexion précède ici la manipulation qui sert à vérifier si le résultat qu'on a trouvé est exact)

3°) Le point de vue de Piaget

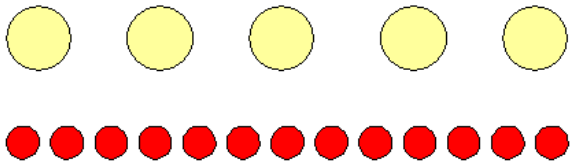
Dans la « Genèse du nombre chez l'enfant » (1941), Piaget essaye de mettre en évidence par une série d'expériences, les procédures par lesquelles les enfants « construisent » le nombre. Il rappelle d'abord que la connaissance de la comptine numérique ne saurait tenir compte de la connaissance du nombre. L'enfant qui la récite ne sait pas en effet l'utiliser pour dénombrer réellement.

On peut évoquer à ce propos l'expérience de la <u>conservation de la quantité</u> :

Lorsqu'on fait réaliser par un enfant de 4 ans une correspondance terme à terme entre deux séries de 5 à 6 jetons et qu'on lui demande, après avoir écarté un jeton, de comparer les deux collections, il n'est pas rare que l'enfant réponde qu'il y a, alors, plus de jetons jaunes. L'enfant qui donne cette réponse n'a pas encore acquis la conservation de la quantité.

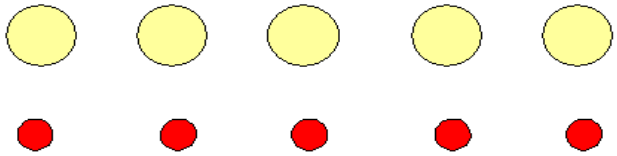
Expérience

Avant 4 ans : stade de l’intuition simple, l’enfant s’appuie sur la perception

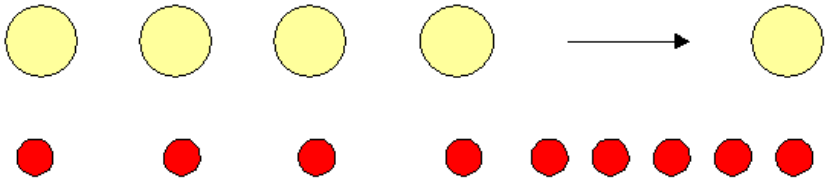


En jaune, c’est ce que l’on place, en rouge c’est ce que l’enfant place, il doit faire une égalité

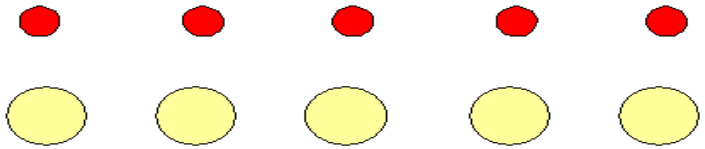
Entre 4 et 7 ans : stade de l'intuition articulée



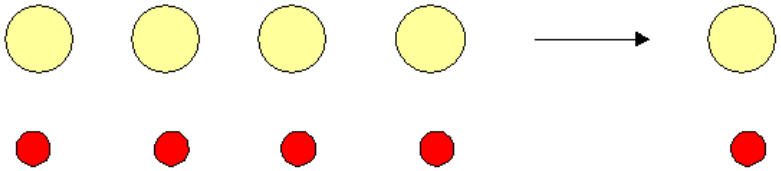
L'enfant place bien les jetons rouges mais si on déplace un jaune et on lui demande de représenter la même quantité alors l'élève se trompe :



Entre 7 et 8 ans : stade de la conservation de l'opération



Et si on déplace un jaune et on lui demande de représenter la même quantité alors l'élève ne se trompe plus :



Le nom du nombre n'est encore qu'un moyen de désigner les éléments d'une collection et il n'y a pas conservation de l'invariant "quantité" dans les différentes présentations spatiales de la série d'objets.
De même, comme Piaget le montre à travers de nombreuses expériences, la réunion des parties d'une collection n'est pas égale à la totalité de cette collection.

L'enfant acquiert le concept de nombre quand il a atteint le « stade des opérations concrètes », c'est à dire à partir de quand il devient conservant (7/8ans). Il sait alors faire des sériations et réalise les inclusions de classe. Il y a simultanéité des trois opérations.

Cette conception va dans le sens d'une performance du nombre acquise par le déploiement de capacités successives indispensables, pour atteindre un niveau optimal quand l'enfant devient « conservant ».

Le genèse du concept de nombre est un processus endogène.

4°/ Remise en cause des théories de Piaget

- Si on remplace les jetons par des bonbons…

…Les enfants même jeunes font moins d'erreurs

D'où une certaine remise en cause de la notion de stade et de simultanéité des opérations logiques.

- Le nombre avant le langage

Expériences menées sur le jeune enfant (80-90)

Les bébés savent compter !

Reconnaissance globale des quantités jusqu'à 4, 5, voire 6.

5°) Quelques précisions concernant la construction du concept de nombre en maternelle

a) La présence de bandes numériques collectives ou individuelles est importante.

(si la file numérique commence par 1 et non par 0, on fera plus facilement le lien entre aspect ordinal et aspect cardinal du nombre)

La bande numérique doit être affichée dans la classe : c'est un outil à faire évoluer au long de l'année : à introduire au cours de Moyenne Section.

b) Il est souhaitable de varier les manières de répondre à la question « Combien y a-t-il de … ?»

- Le subitizing (reconnaissance immédiate de très petites quantités)

- comptage un par un : on utilise la comptine numérique

- utilisant de "collections-témoins organisées" (configurations spatiales diverses, configurations digitales, etc.) qui servent de repères

Remarque concernant le dénombrement par comptage un par un :

Ce qui est difficile c’est de faire comprendre que le dernier mot-nombre prononcé n'est pas un simple numéro mais représente à lui seul la quantité de tous les objets.

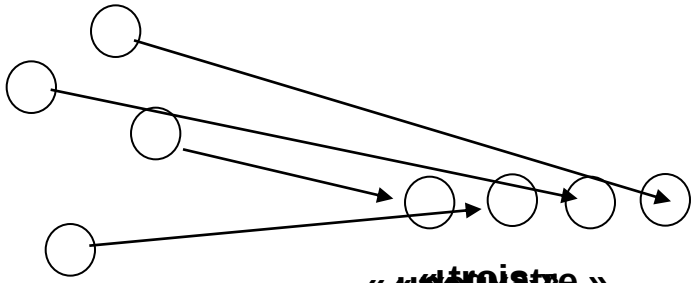
Pour cela, on peut travailler les décompositions:

« Un, un, un et encore un ça fait quatre »

« Trois et un ça fait quatre »

On peut aussi procéder ainsi :

Si les objets sont déplaçables :



« trois »

Si les objets ne sont pas déplaçables :

«

Remarque : pour réussir à dénombrer les éléments d'une collection par comptage l'enfant doit

- connaître la comptine numérique
- savoir associer à chaque élément de l'ensemble un mot-nombre et un seul de la comptine récitée dans l'ordre
- comprendre, comme on vient de le dire, que le dernier mot-nombre prononcé représente à lui seul la quantité de tous les objets
- comprendre que la nature des objets à compter n'a pas d'importance
- comprendre qu'on peut compter les objets dans n'importe quel ordre.

Remarque supplémentaire concernant le dénombrement par comptage :

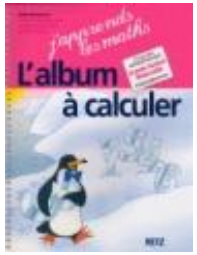
Savoir dénombrer par comptage un par un suppose de savoir énumérer les éléments d'une collection c'est-à-dire de savoir passer tous les éléments en revue sans en oublier et sans en désigner un deux fois.

c) Les activités permettant de de faire comprendre le lien entre "aspect cardinal" et "aspect ordinal" du nombre sont intéressantes (exemple avec le calendrier : faire comprendre qu'un numéro de jour représente aussi une quantité de jours écoulés)

d) Les activités mises en place doivent être signifiantes pour les élèves : il s'agit de mettre en place des problèmes ayant du sens pour les élèves et les amenant à comprendre que les nombres sont utiles.

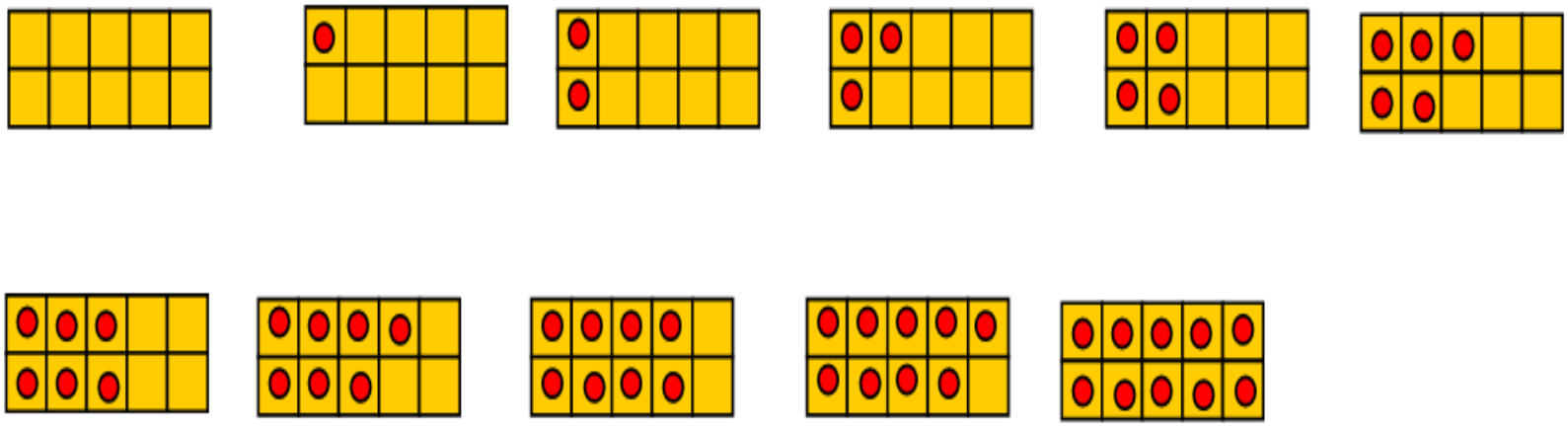
Voir, par exemple, les ouvrages de Dominique Valentin (un pour PS/MS et un pour GS) et l'ouvrage de l'équipe Ermel pour la GS :

e) On peut utiliser le matériel proposé par Brissiaud (PS, MS et GS)



f) dans le domaine de la construction du concept de nombre, le passage au CP va être caractérisé, entre autres, par le fait qu'on va donner du sens à chacun des chiffres d'une écriture comme 24 (ce qui nécessite, bien sûr, que l'élève ait compris le sens des écritures 2 et 4)

Les cartes à points sont une représentation des nombres qui peut être utilisée au cycle 1 et au cycle 2 et qui, de mon point de vue, est intéressante au niveau de la liaison GS/CP.



Un exemple d'utilisation :
Tableau des absents-présents dans une classe de MS-GS
(document Jean-Luc Brégeon ; source : http://pagesperso-orange.fr/jean-luc.bregeon/Page%208.htm)

g) Le travail sur les situations additives en maternelle permet de comprendre les relations qui existent entre les nombres

Pour mémoire, le document d'application des programmes 2002 pour le cycle 2 disait, entre autres, que les activités en GS peuvent être orientées vers l'approche des compétences suivantes :

- Déterminer le résultat d'une augmentation, d'une diminution ou de la réunion de deux quantités.

- Déterminer le résultat d'une augmentation, d'une diminution ou de la réunion de deux quantités.

- Déterminer la position atteinte sur une ligne graduée à la suite d'un déplacement en avant ou en arrière.

- Dans des situations où une quantité subit une augmentation ou une diminution, déterminer la quantité initiale, ou trouver la valeur de l'augmentation ou de la diminution.

h) Il faut attacher de l'importance au choix des différentes contraintes (ou variables didactiques) lors de la mise en place de situations de recherche

Exemple (situation de référence proposée par R. Charnay)

On dispose d'un nombre donné de bouteilles et de bouchons (en nombre plus important que le nombre de de bouteilles) ; l'élève doit préparer juste ce qu'il faut de bouchons pour en avoir un pour chaque bouteille.

Première variante :
le nombre de bouteilles est assez important mais les bouchons sont à proximité des bouteilles (il s'agit de s'approprier la situation et de faire en sorte que la contrainte « un bouchon pour chaque bouteille » soit respectée).

Deuxième variante :
il y a 5 à 6 bouteilles (à adapter au niveau) ; les bouchons sont proches mais il faut préparer les bouchons sur un plateau avant de les mettre sur les bouteilles.

Troisième variante :
il y a 4 bouteilles (à adapter au niveau) ; les bouchons sont éloignés ; l'élève doit aller chercher les bouchons avec un plateau en une seule fois (ou en plusieurs fois puis en une seule fois).

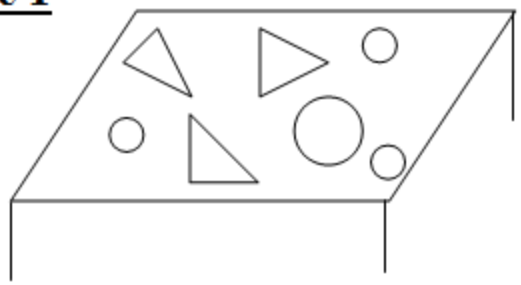
Quatrième variante :
il y a jusqu'à dix bouteilles (à adapter au niveau) ; les bouchons sont éloignés mais dans des paniers de un, deux ou trois bouchons ; aller chercher les bouchons en plusieurs fois puis en une seule fois.

i) Activités et compétences

Que l’on parte des compétences à travailler ou que l’on parte d’un jeu ou d’une activité disponible dans la salle de classe, il est souhaitable de bien cibler quelles compétences peuvent être travaillées à travers tel ou tel jeu ou telle ou telle activité.

Les pages qui suivent proposent de chercher quelles compétences, dans le domaine numérique, peuvent être associées à différentes activités (remarque : les situations fictives proposées ont été conçues uniquement pour illustrer la question qui est posée dans ce paragraphe et non pour être proposées telles quelles en classe).

Exercice 1

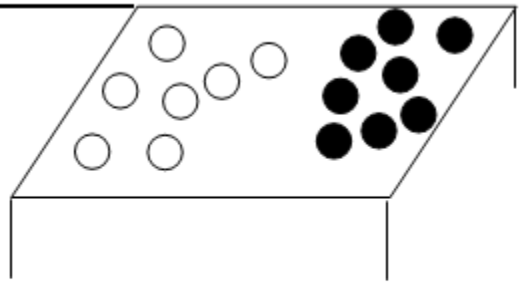


Combien de ronds ?

Savoir dénombrer

(les éléments d'une sous-collection)

Exercice 2



Y a-t-il plus de jetons blancs ou plus de jetons noirs ?

Savoir comparer deux collections

en les mettant en correspondance
ou
« en utilisant les nombres »

Exercice 3

Va chercher 3 pinceaux

Savoir construire une collection ayant un nombre donné d'éléments

Exercice 4

1	2	3	4	5	6	7	8

1	2		4	5	6		8

Ecris les nombres qui manquent en t'aidant du modèle

Dans cet exercice les compétences à maîtriser concernent le graphisme :

Savoir écrire le chiffre 3 et savoir écrire le chiffre 7 (en reproduisant des modèles)

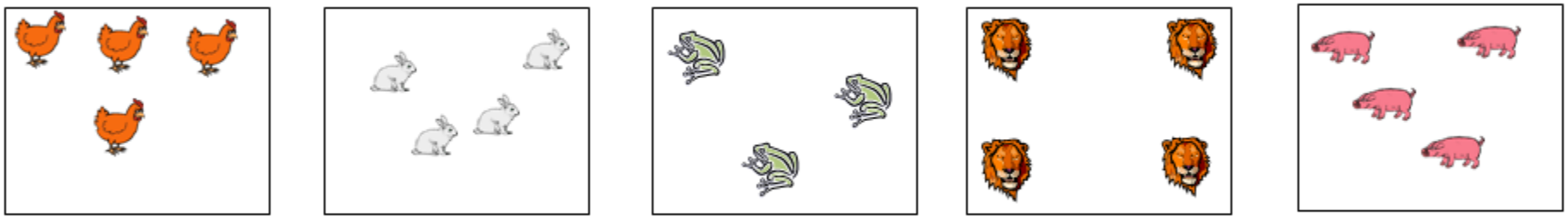
Exercice 5

1 2 4 3 5 6 8 7

Remets les jetons dans le bon ordre

Savoir lire des écritures chiffrées et connaître la file numérique

Exercice 6



Quelle carte ne va pas avec les autres ?

Savoir dénombrer (et savoir comparer des collections)

Exercice 7

Colle des gommettes sur 7 grenouilles.

Savoir construire une collection ayant un nombre donné d'éléments

6°) Les dialogues fondamentaux en petite section et au début de moyenne section.

a/ « Donne moi deux jetons; comme ça, un et encore un » en montrant deux doigts

Du matériel à dénombrer est sur la table autour de laquelle les enfants sont répartis : il peut s 'agir de jetons, de cubes… Il est important que les enfants connaissent bien le nom des objets.
On peut d'ailleurs leur rappeler au début de l'activité : « Comment s'appellent ces objets ? »

L'adulte montre alors deux doigts (l'index et le majeur) et s'adresse à un enfant :
« Hina, donne-moi deux jetons, comme ça : un et encore un (en montrant un doigt puis l'autre), deux. »

Ainsi, l'enfant est conduit à mettre en relation ce qui lui est montré avec les doigts et ce qui lui est demandé concernant les jetons : très souvent, l'enfant donne spontanément deux jetons.

Sinon, l'adulte peut poursuivre : »Deux jetons, ça veut dire : un et encore un; regarde, je prends un jeton et encore un, ça fait deux jetons comme ça ».

L'important est que les enfants comprennent que l'expression « un et encore un » signifie l'ajout d'unités, qu'il s'agisse de doigts ou de jetons.

L’adulte peut poursuivre en interrogeant un autre enfant sur le nombre : « Donne-moi un cube, comme ça » (en montrant l’index).
On sait que l’enfant est capable de donner un cube puisqu’on l’a vérifié en début d’activité, mais dans ce cas, il s’agit , grâce à la collection-témoin de 1 doigt, d’aider les enfants à accéder à la signification de « un » lorsque celui-ci est un adjectif numéral (c’est le *one* anglais).

L’adulte peut alors poursuivre en montrant à nouveau deux doigts mais en changeant de configurations de doigts : le petit doigt et l’annulaire par exemple.
On pourrait utiliser le pouce et l’index aussi, mais il est prudent de retarder l’usage du pouce, ce doigt apparaît différent des autres.

Pour 1, il vaut mieux utilisé l’index seul, le petit doigt seul et enfin le pouce seul.

Les premiers dialogues de ce type peuvent ne concerner que les nombre 1 et 2.

Assez rapidement, il est important de s’assurer de la présence d’une ou de plusieurs sortes d’objets du type : images, billes… qui correspondent à des noms féminins.
En effet, le nombre 1 change selon le genre de l’unité utilisée : on dit « un cube » et « une image ».

Il est intéressant de modifier légèrement la consigne précédente en demandant à l’enfant : « Donne-moi un et encore un. C’est combien comme ça? » cette consigne est la même précédente à ceci près que l’adulte ne dit plus le nom du nombre. Cela incite les enfants à apprendre le nom du nombre 2 en le disant eux-mêmes.

On alternera, là encore, les doigts utilisés pour construire les collections-témoins.

b/ Comprendre les décompositions de 3

Pour introduire le nombre 3, l'adulte s'adresse à un enfant et dit : « Donne-moi comme ça de cubes : un, un et encore un. Attention, un et un et encore un, c'est un nouveau nombre : trois. » alors qu'il montre l'index, le majeur et l'annulaire.

L'autre décomposition de 3 peut être introduite à un moment où un enfant, que l'on interroge sur le nom du nombre « un, un et encore un », se trompe en proposant deux comme réponse. L'adulte peut alors dire « deux, c'est comme ça » (en montrant l'index et le majeur) et poursuivre : « moi je t'ai demandé comme ça (en levant l'annulaire); c'est deux et encore un. Comment se dit-il ce nombre ? »
L'enfant est invité à former la collection d'objets correspondante.

Là encore, les doigts utilisés peuvent être soit l'index, le majeur et l'annulaire, soit le petit doigt, l'annulaire et le majeur, soit enfin le pouce, l'index et le majeur (configuration que l'on peut choisir d'utiliser après les deux autres.

c/ « Donne-moi comme ça de jetons » en montrant la face d'un dé.

L'activité qui consiste à former une collectionnant un nombre donné (entre 1 et 3) d'unités, peut être conduite alors que l'adulte montre la face d'un dé (1,2 ou 3) plutôt qu'une collection-témoin de doigt.

Il importe de noter que, comme dans le cas des doigts, l'adulte ne compte pas : il décrit les faces du dé à l'aide de décompositions. La face deux s'appelle ainsi parce qu'il y a « un point et encore un », et la face trois parce qu'il y a « un points, un et encore un » ou encore «deux points (en désignant les extrêmes) et encore un au milieu ».

Dès que les enfants réussissent cette tâche, ils peuvent utiliser un dé « reconfiguré » (sur deux faces opposées, il y a respectivement 1, 2 et 3 points) afin de jouer à l'un des jeux classiques de cumuls d'objets : chaque joueur lance alternativement le dé, prend un nombre correspondant d'objets et les stocke sur un dispositif permettant de savoir quand le cumul doit s'arrêter.

d/ « Tu me montres avec les doigts combien il y a de … ».

Ici, c'est l'adulte qui construit une collection de jetons, de cubes, d'images… et l'enfant doit montrer avec ses doigts le nombre correspondant et si possible dire le nom du nombre en produisant la phrase : « il y a n objets ».

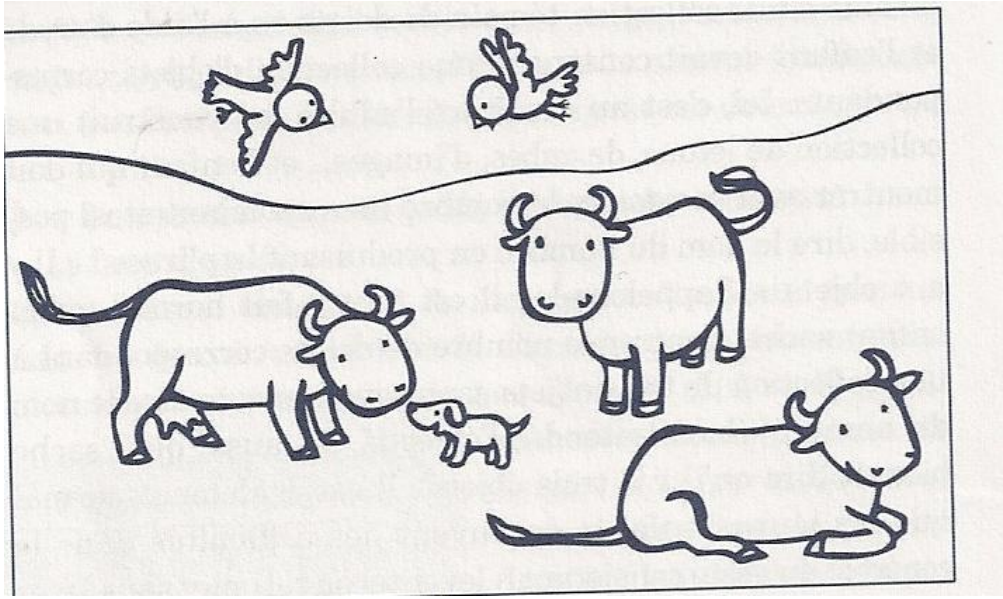
Il est tout à fait normal qu'un enfant sache montrer le nombre de doigts correspondant à une collection de trois objets sans savoir encore dire le nom du nombre.

Il est également normal que les jeunes enfants éprouvent des difficultés dans le contrôle du geste consistant à lever tel ou tel doigt sans lever tel ou tel autre.

Il est aussi souhaitable de demander aux enfants de montrer le nombre de plusieurs façons sur leurs doigts afin d'être sûr qu'ils utilisent des collections-témoins et non des configurations.

e/ « Où il y a trois ? Et deux ? Et un?».

L'enseignant a préparé diverses images qui ont toutes la propriété d'être formées à partir d'une collection de trois, d'une autre collection de deux et enfin d'une collection d'une unité.



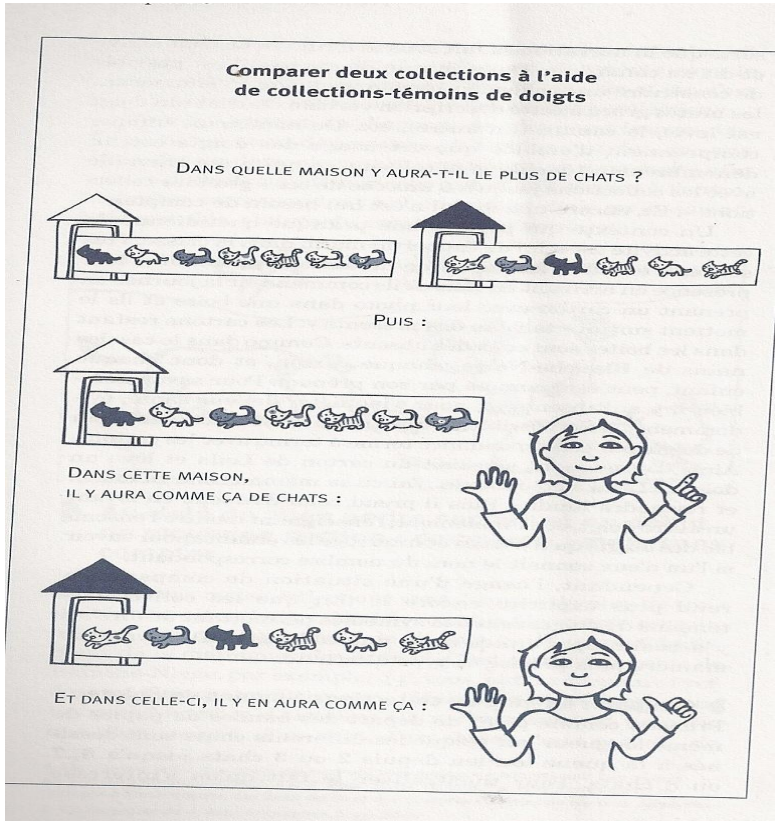
L'enseignant interroge d'abord les enfants sur ce qu'ils voient : des vaches, des oiseaux et un chien pour s'assurer qu'ils connaissent le nom des objets. Il demande ensuite (en montrant 3 doigts) : « Où y-a-t-il trois, comme ça ? »

Lorsque les enfants ont répondu, la collection des trois vaches est énumérée sous la forme « Une là, une là et encore une là; un, un et un, c'est trois. » On fait de même avec les deux autres collections.

e/ « Au-delà de 3, en petite section et en début de moyenne section : comparer…mais sans compter.

Prenons comme point de départ des bandes de papier de même longueur sur lesquelles différents chats sont dessinés à la queue leu leu depuis 2 ou 3 chats jusqu'à 6, 7 ou 8 chats. Pour théâtraliser le fait qu'on s'intéresse à l'ensemble des chats d'une même bande, on peut imaginer qu'ils rentrent dans une maison et on s'interroge pour savoir dans quelle maison il y aura le plus de chats (les très jeunes enfants disent parfois « le plus beaucoup »).

Dans certains cas, la réponse est évidente (2 chats à comparer avec 8 par exemple), dans d'autres cas, pas du tout. Il est bon de commencer par un cas évident qui aidera les enfants à comprendre la tâche.



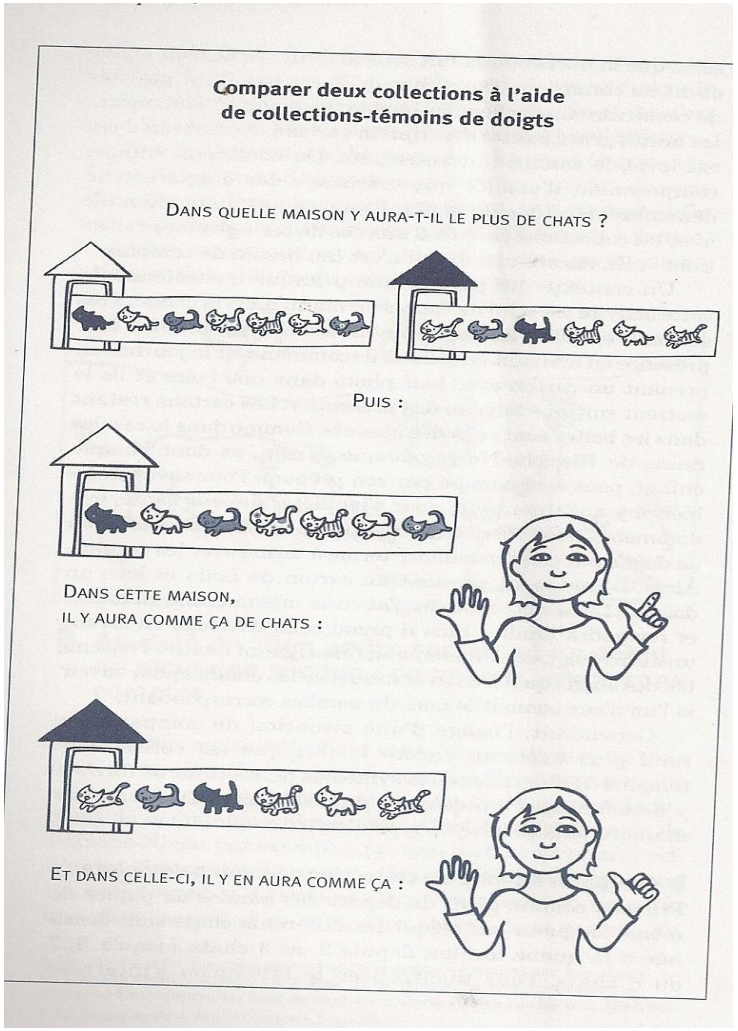
Lorsque la comparaison n’est pas évidente, l’enseignant construit une collection-témoin de doigts alors qu’il anime une énumération collective des chats qui vont rentrer dans la maison au toit blanc en les énumérant de gauche à droite et en indiquant à chaque fois une caractéristique physique du chat qu’il est en train de prendre en compte : couleur globale, couleur de la tête…

Il est intéressant ici que la collection-témoin de doigt commence par le pouce et que la première main soit vue de dos pour les enfants afin qu’ils voient les doigts se lever successivement de leur gauche vers leur droite.

L’enseignant dit par exemple : « Un chat noir (le pouce est levé), un chat blanc (l’index est levé), un chat gris (le majeur est levé)… Un enfant peut pointer (sans compter évidemment) chaque chat que l’enseignant est en train de prendre en compte.

Finalement, le geste se termine en montrant une collection-témoin de doigts. L’enseignant montrant sept doigts dans ce cas dit : « Il y a comme ça de chats qui vont rentrer dans la maison au toit blanc. Une main complète, cinq, et encore deux; vous vous en souviendrez ? »

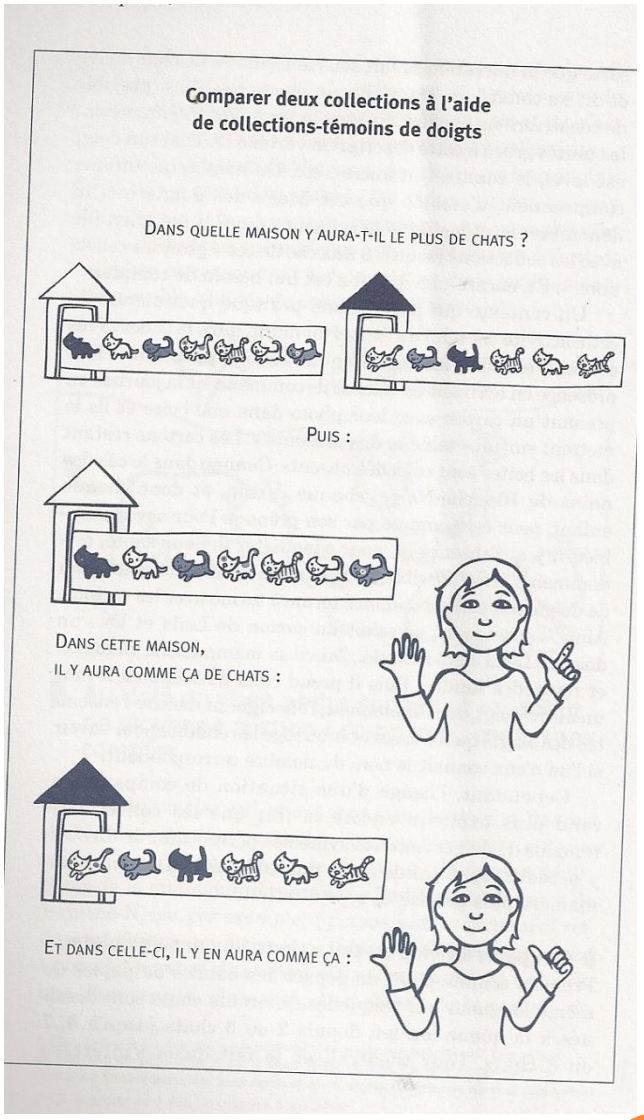
La même procédure est utilisée pour la maison au toit noir



Le cas échéant, pour favoriser la mémorisation de chacun des nombres, l'enseignant qui dispose d'images d'une personne montrant 6, 7 ou 8 doigts peut afficher celle qui convient au côté de la maison correspondante : cela facilite la comparaison parce qu'on voit les deux collections-témoins de doigts en même temps.

Il est important de lever tous les doigts d'une main avant de commencer à lever ceux de l'autre : non seulement les enfants prennent conscience que, lorsqu'il n'y a pas assez de doigts sur une main pour montrer combien il y a de chats, c'est que le nombre est grand, mais de plus, avec le fait qu'un main soit commune aux deux nombres, la comparaison ne porte que sur de tout petits nombres : pour comparer « une main et deux » et « une main et un », il suffit de comparer deux et un.

Ainsi, lorsque le total ne dépasse pas 8, on se ramène à comparer des très petits nombres, ceux dont la comparaison est facilitée par le *subitizing*.


Comparer deux collections à l'aide de collections-témoins de doigts

DANS QUELLE MAISON Y AURA-T-IL LE PLUS DE CHATS ?

PUIS :

DANS CETTE MAISON, IL Y AURA COMME ÇA DE CHATS :

ET DANS CELLE-CI, IL Y EN AURA COMME ÇA :

f/ Comprendre comment se forment les nombres… avant de connaître les noms.

Il est normal qu'aucun enfant ne sache le nom du nombre correspondant lorsque l'enseignant montre 7 doigts. Ils l'apprendront plus tard, notamment en comptant des objets parce qu'ils seront conduits à réciter la suite des mots-nombres dans l'ordre.

De façon générale, l'ordre est une mnémotechnique (technique de mémorisation) et tant que les enfants n'ont pas appris à compter, la mémorisation des noms de nombres à partir des collections-témoins qui leur correspondent est évidemment difficile.
C'est pourquoi l'enseignant doit dire lui-même le nom des nombres, en utilisant la décomposition correspondante : « Je vais vous dire comment ce nombre s'appelle : c'est sept : cinq, une main complète (en montrant les doigts correspondants) et encore deux (en montrant les doigts correspondants), c'est sept. »

En comparant des nombres à l'aide de collections-témoins de doigts, les enfants apprennent beaucoup plus que le nom des nombres : ils apprennent que le nombre suivant se forme en ajoutant une unité supplémentaire.

Cette connaissance est essentielle parce qu'elle permet aux enfants d'entrer dans un apprentissage du comptage en comprenant comment fonctionne celui-ci.

7°) Quelques approches en Très Petite Section et Petite Section.

Avant même la suite numérique, la familiarisation des mots nombres et situations numériques	**A l'école : les rituels, le comptage des présents, la date, l'heure… En dehors de l'école : l'âge, l'anniversaire, l'adresse, les numéros de téléphone…**
Avant le combien, l'idée de collection et de quantité	- à partir d'un repérage très sommaire d'un ordre de grandeur. - « un peu », « beaucoup », « trop », « assez »
Avant la technique du comptage, l'énumération	Voir activités précédentes

8°) Articulations COMPETENCES-ACTIVITES

Comparer des quantités en utilisant des procédures numériques et non numériques

TPS-PS-MS	PS-MS-GS	MS-GS
Estimation des collections : *un peu, beaucoup, pareil, pas pareil*	Comparaison des collections : - « plus que », « moins que » - Diversité des procédures pour comparer des collections (sans les dénombrer) : estimation, reconnaissance directe, collections intermédiaires	Le nombre devient un outil de contrôle des collections. Comprendre que le nombre est un moyen pour mémoriser une quantité, décider qui en a le plus…
Les boîtes d'œufs, le goûter des poupées, la piste au trésor, les réussites, la bataille, les assiettes-gommettes		

Résoudre des problèmes portant sur des quantités en utilisant des nombres connu, sans recourir aux opérations usuelles.

TPS-PS-MS	PS-MS-GS	MS-GS
	Début de problème d'ajout, partage	Résoudre des problèmes d'ajout, de partage équitable, de distribution… Problèmes d'ajout ou e diminution, ou de déplacement sur une piste avec anticipation du résultat. Résultats additifs (+1, +2, -1, -2), prendre conscience du lien antre actions sur les collections et nombres dans la suite
Montrer un nombre de doigts annoncé en utilisant les deux mains Mettre une quantité de bouchons annoncée en les plaçant dans 2 ou plusieurs corbeilles. *Album : Dix petits amis déménagent (compléments à 10)*		

Reconnaître globalement et exprimer de très petites quantités.

TPS-PS-MS	PS-MS-GS	MS-GS
Reconnaissance directe des petites quantités (1, 2, 3) La collection cinq (les doigts de la main)		
Album : la chenille qui fait des trous		

Reconnaître globalement et exprimer des petites quantités organisées en configurations connues.

TPS-PS-MS	PS-MS-GS	MS-GS
	Décompositions des petits nombres (ex : 4, c'est deux et deux, c'est un et trois,…) Cinq et cinq, dix (les doigts de la main)	Décompositions additives des nombres inférieurs à 10 (à partir d'albums, doigts de la main…)
Albums : Dix petits amis déménagent, l'album à calculer…		

Connaître la comptine numérique orale ou moins jusqu'à trente.

TPS-PS-MS	PS-MS-GS	MS-GS
Au moins 5 ou 6 de façon stable	Au moins jusqu'à 12 ou 15 de façon stable	Au moins jusqu'à 30 et avoir une connaissance opératoire de cette suite (avant, après, à partir d'un autre nombre que 1, en arrière, de 2 en 2,…) Le successeur d'un nombre « quand j'ajoute un objet en plus, la nouvelle quantité est le nombre qui suit dans la comptine »
Albums : Un canard, un autre canard; La chevrette qui savait compter jusqu'à 10… *Jeux du furet,* Greli-Grelo avec un en plus		

Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres

TPS-PS-MS	PS-MS-GS	MS-GS
Par imitation et reproduction, travailler la correspondance mots et objets *Enumération*	Travail plus spécifique sur l'organisation du dénombrement « Le dernier mot répond à la question Combien ? »	Toutes les étapes du dénombrement (suite, association mot/objet, organisation, cardinalité
Albums : La chevrette qui savait compter jusqu'à 10; Maman !		

Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée en se référant à une bande numérique

TPS-PS-MS	PS-MS-GS	MS-GS
Prématuré	Peut être initié	Travail explicite sur le repérage des écritures des nombres, les chiffres servant à écrire les nombres. -Lire un nombre écrit en chiffres (sur la frise, sur une carte isolée, sur un calendrier…) -Reconstituer des morceaux de frise en remettant des cartes numériques dans l'ordre. -S'entraîner à la graphie des écritures chiffrées.
Albums : Jamais deux sans trois; Maman !; le grand numéro des chiffres *Jeux : les dominos, les triminos*		

Travail en groupes :

A partir du document d'application des programmes de 2002, établir une fiche sur les jeux portant sur les :

- **types de jeux vus à l'école (exemples)**
- **intérêts du jeu ?**
- **les compétences mathématiques travaillées**
- **les avantages et les limites**

Ce diaporama est tiré de documents de

- **D. Pernoux, formateur à l'IUFM d'Alsace (à partir de son diaporama)**
- **M. Bourguet, formateur à l'IUFM de la Polynésie française**
- **Cours de PE2 de l'IUFM de Créteil**
- **Rémi Brissiaud, Maître de Conférence de Psychologie cognitive à l'IUFM de Versailles**
- **Dominique Valentin**
- **ERMEL, apprentissages numériques, Ed. Hatier**

David Rolland, professeur Ecole Normale