

EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = 1 - x^2 e^{1-x^2}.$$

Son tableau de variations est le suivant :

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$	1	0	1

Sa courbe représentative \mathcal{C} et son asymptote Δ , d'équation $y = 1$, sont tracées en annexe, à rendre avec la copie.

A - Lecture graphique

- 1) k est un nombre réel donné. En utilisant la représentation graphique, préciser en fonction de k le nombre de solutions dans l'intervalle $[0; +\infty[$ de l'équation $f(x) = k$.
- 2) n étant un entier naturel non nul, déterminer les valeurs de n pour lesquelles l'équation $f(x) = \frac{1}{n}$ admet deux solutions distinctes.

B - Définition et étude de deux suites

- 1) Soit n un entier supérieur ou égal à 2. Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{n}$ admet deux solutions u_n et v_n respectivement comprises dans les intervalles $[0; 1]$ et $[1; +\infty[$.
- 2) Sur la feuille en annexe, construire sur l'axe des abscisses les réels u_n et v_n pour n appartenant à l'ensemble $\{2; 3; 4\}$.
- 3) Déterminer le sens de variation des suites (u_n) et (v_n) .
- 4) Montrer que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite. Procéder de même pour la suite (v_n) . En déduire que les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes.

ANNEXE DE L'EXERCICE 1

A compléter et à rendre avec la copie

