

1.S

Devoir de Mathématiques

n°3

Exercice I. Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

$$A: 2x^2 - 7x = 3x^2 - 2 \quad B: \frac{5}{7}x^2 < x^2 - 1 \quad C: \frac{x}{x-1} - \frac{2x-7}{x-7} = 1 \quad D: 2x^4 - 3x^2 - 1 = 0$$

$$E: x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x + \frac{2}{x} = 2 \quad F: 4x^3 - 5x^2 + 1 = 0 \quad G: 4x^2 - 35 - (9/x^2) = 0$$

Exercice II. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{-1}{3} \end{cases}$$

Exercice III. Variation d'une fonction trinôme . Soit

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -2x^2 + 7x + 2$$

1. Donner la forme canonique du trinôme $f(x)$.
2. Démontrer que ce trinôme admet un maximum (en utilisant la forme canonique) et donner sa valeur.
3. Donner le tableau de variation de cette fonction.
4. Tracer la courbe de la fonction f .

Exercice IV. Intersection d'une parabole et d'une droite variableSoit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 4x + 1$

1. Etudier le signe de ce trinôme .
2. Dresser le tableau de variation de la fonction f et tracer sa représentation graphique (notée P). Pour tout nombre m réel, on considère la droite d'équation $y = -2x + m$ (notée D_m).
3. Tracer D_0 (pour $m = 0$) puis D_3 et D_2 . Discuter graphiquement le nombre de point d'intersection de D_m et de P suivant les valeurs de m .
4. Discuter, maintenant par le calcul, le nombre de points d'intersection de D_m et de P .
5. Donner les coordonnées du point d'intersection dans le cas où il est unique.
6. Question subsidiaire :

Lorsque D_m coupe P en deux points distincts A_m et B_m , on appelle I_m le milieu de $[A_m ; B_m]$. Quel est l'ensemble des point I_m quand m parcourt \mathbb{R} tout entier ?**Exercice V.** Nombre de racineSoit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x^2 - bx + 3$ où b est un nombre réel.Déterminer le(s) valeur(s) de b pour lesquelles :

- a) g admet un racine double.
- b) g admet 2 racines distinctes.
- c) g n'admet pas de racine.